UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Exame de Qualificação de Mecânica Estatística - 1.^{o} semestre 2017

NOME

---

1 - Considere um sistema de N partículas fracamente interagentes onde cada uma pode estar em dois níveis energéticos, 0 e ϵ, sendo ambos *duplamente* degenerados (i.e. o nível 0 tem dois estados e o nível ϵ também dois estados).
a) Mostre que se o sistema tiver uma energia fixa E, o número de estados acessíveis a esse sistema é dado por $\Omega(E,N) = \frac{\left(2^N\right)N!}{\left(N-\frac{E}{\epsilon}\right)!\left(\frac{E}{\epsilon}\right)!}$. (1 pto)
Determine também:
b) a entropia por partícula $s(u)$ no limite termodinâmico. (1 pto)
c) a energia u por partícula do sistema como função da temperatura. (0,5 pto)
d) Analise a energia u e a entropia s nos limites de altas e baixas temperaturas. (0,5 pto)

2 - Considere um sistema magnético unidimensional de N spins localizados, a temperatura T, definido pelo hamiltoniano $\mathcal{H} = -J\sum_{i=1,3,\ldots,N-1}^{N} \sigma_i\sigma_{1+1} + D\sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2$, onde J e D são constantes e $\sigma_i = 0, \pm 1$ para qualquer sítio i. Suponha que N seja um número par.

a) obtenha a função de partição canônica. (1 pto)

b) obtenha a energia interna u e a entropia s no limite termodinâmico. (1 pto)

c) analise e interprete os limites de u e s para temperaturas altas e baixas. (0,5 pto)

d) obtenha o valor médio $q = \frac{1}{N}\langle\sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2\rangle$. (0,5 pto)

3 - Considere um sistema de três partículas, cada uma podendo se encontrar em dois níveis espaciais não degenerados com energias 0 e $\epsilon > 0$. Considere as estatísticas de Fermi-Dirac (FD) supondo partículas de spin-1/2, de Bose-Einstein (BE) supondo spin zero, e de Maxwell-Boltzmann (MB), i.e. partículas clássicas.
a) Determine os estados possíveis dessas duas partículas nas três estatísticas acima. (0,5 pto)
b) Calcule a função de partição canônica dessas três partículas em cada uma das estatísticas acima. (1 ptos)
c) Calcule a energia média em cada caso. (0,5 ptos)
d) Determine as energias médias em todas as estatísticas nos limites: i) $\epsilon << kT$ e ii) $\epsilon >> kT$. Comente os seus resultados. (0,5 pto)
e) Como ficariam seus resultados para as energias médias no limite $\epsilon << kT$ nas estatísticas de FD com partículas de spin-3/2 e BE com partículas de spin-1? (não é necessário realizar os cálculos) (0,5 pto)

4 - As figuras abaixo mostram os níveis de energia ϵ_i (em unidades arbitrárias), e suas respectivas ocupações, de um hipotético sistema de 100 partículas em três estados distintos A, B e C. a) Considere A como sendo o estado inicial. Se o sistema for para o estado B, qual a variação de energia interna? Qual o calor trocado? Qual o trabalho trocado? b) Responda o mesmo, caso o estado final seja o C. (1 pto)

	A			B			C	
$\epsilon_1 = 20$	10	10	$\epsilon_1 = 20$	14	16	$\epsilon_1 = 30$	25	25
$\epsilon_1 = 10$	20	20	$\epsilon_1 = 10$	25	25	$\epsilon_1 = 15$	10	10
$\epsilon_0 = 0$	40		$\epsilon_0 = 0$	20		$\epsilon_0 = 0$	30	