



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

PROVA DE SELEÇÃO

*Referente ao Edital de Seleção nº 01/2017 para ingresso nos
cursos de Mestrado e Doutorado do PPGF/UFPB – Semestre Letivo 2017.2*

Data da Prova: 27/06/2017

Duração da Prova: 09:00 às 12:00

Nome do Candidato:
IES e cidade de realização da prova:
<div style="text-align: center;">_____ Assinatura do candidato</div>

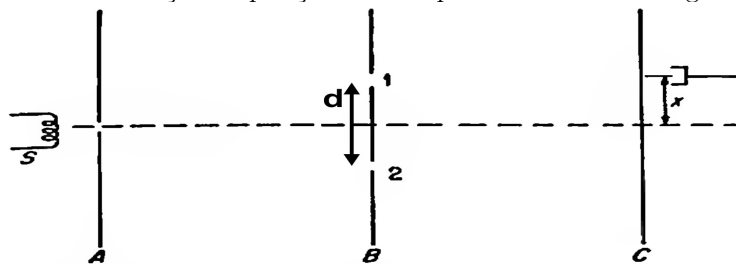
Nome do Aplicador:
<div style="text-align: center;">_____ Assinatura do Aplicador</div>

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Processo de Seleção para o Programa de Pós-Graduação

Estudante:

Primeira Questão: (2,5 pontos) O conceito de probabilidade não é modificado em Mecânica Quântica. Quando a saída de um resultado experimental tem uma probabilidade p , reafirmamos nossa noção convencional de que, na realização inúmeras vezes do mesmo experimento, haverá uma fração dos resultados dado por p . No entanto, na mecânica quântica, a forma pela qual o cálculo das probabilidade é executado é modificado radicalmente. Considere o experimento da dupla fenda semelhante ao realizado por T. Young em 1801 para investigar a interferência de ondas. A partir desta realização, considere um experimento mental no qual a fonte de luz do experimento de Young é substituída por uma de elétrons, S , que serão tratados quanticamente. Os elétrons têm a mesma energia E , mas atingem uma tela B em direções aleatórias. A tela B possui duas fendas, 1 e 2, através das quais os elétrons podem passar. Finalmente, depois da tela B , há uma tela C onde existe um detector da posição dos elétrons que registra a contagem dos mesmos em função da posição x . O esquema é descrito na figura seguinte



- (i) (1,5 ponto) Nesse experimento, considere que a energia dos elétrons livres incidentes seja calibrada de acordo com as três situações distintas (1) O comprimento de onda de de Broglie é maior que a distância d entre as duas fendas; (2) da mesma ordem e (3) menor que d . Nas três situações, encontre o comprimento de de Broglie como função de E e faça um gráfico da distribuição de probabilidades de encontrar um elétron na posição x do anteparo com as duas fendas abertas e com uma única fenda aberta.
- (ii) (1,0 ponto) Execute os mesmos cálculos do item (i) considerando um grão de poeira de massa $1g$.

Segunda Questão: (2,5 pontos) Em Física Clássica, uma partícula é livre quando a resultante das forças é zero. Considere a mesma definição para uma partícula descrita pela mecânica quântica não-relativística.

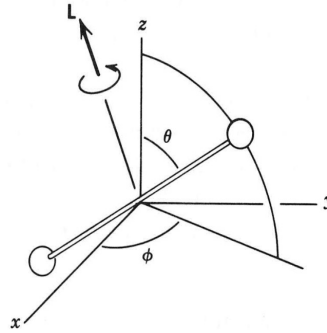
- (i) (1,0 ponto) Obtenha as soluções e discuta o gráfico da probabilidade obtido como função da posição e a energia mínima permitida para a partícula. Discuta fisicamente tal energia mínima.
- (ii) (1,0 ponto) Considere que agora a partícula é confinada em uma região de largura a . Fundamentalmente, o que ocorrerá com a energia mínima? Compare com o resultado do item (i) e discuta fisicamente.
- (iii) (0,5 ponto) Para o experimento do item anterior, discuta o que acontece quando os níveis de energias adjacentes estão muito próximos. Faça uma conexão com o princípio da correspondência.

Terceira Questão: (2,5 pontos) A descrição clássica de uma partícula impõe que as regiões que lhe são acessíveis são tais que a energia potencial seja menor que a energia total da partícula. Uma partícula pode ficar classicamente confinada em uma região caso existam dois máximos locais sucessivos do potencial maiores que a energia total. Entretanto, do ponto de vista quântico, existe uma probabilidade finita de encontrar uma partícula em uma região na qual a energia potencial seja maior que a energia total.

- (i) (0,5 ponto) Considere então um feixe de elétrons que atinge pela esquerda um potencial definido por $V = 0$, se $x < 0$, e $V = V_0 > 0$, se $x > 0$, em duas situações, a saber (1) $E > V_0$ e (2) $E < V_0$, onde E é a energia do elétron. Existe alguma semelhança e/ou diferença entre os comportamentos dos elétrons, quando consideramos os cenários clássico e quântico, para $E < V_0$ e $E > V_0$? Justifique sua resposta.
- (ii) (0,5 ponto) Obtenha as soluções das equações de Schrödinger nas regiões $x < 0$ e $x > 0$.
- (iii) (0,5 ponto) O que acontece com os elétrons, do ponto de vista quântico, quando atingem o ponto $x = 0$ no caso em que $E > V_0$? Como se relacionam as densidades de probabilidade nas duas regiões? Justifique suas respostas.
- (iv) (0,5 ponto) Considere agora uma mudança na energia potencial de tal modo que $V = V_0$ apenas na região $0 < x < a$ e $V = 0$ nas outras regiões. Qualitativamente, o que ocorre com o feixe de elétrons com $E > V_0$ e $E < V_0$?

(v) (0,5 ponto) Explique o que ocorre com um único elétron ao colidir pela esquerda submetido ao potencial do item (iv)?

Quarta Questão: (2,5 pontos) Considere um rotor composto por duas pequenas esferas metálicas de massa m ligadas por uma barra rígida, com massa desprezível e de comprimento ℓ , conforme a figura abaixo. Suponha que



o momento angular, \vec{L} , do sistema é conservado.

(i) (0,5 ponto) Obtenha o hamiltoniano clássico do rotor. Por simplicidade, considere $\theta = \pi/2$ no desenho anterior.

(ii) (0,5 ponto) Obtenha a equação de Schrödinger correspondente ao sistema do item (i).

(iii) (0,5 ponto) Resolva a equação de Schrödinger e obtenha as auto-funções e auto-energias do sistema.

(iv) (0,5 ponto) Discuta o estado e a energia fundamental do sistema considerando o confinamento angular.

(v) (0,5 ponto) Você considera este modelo de rotor rígido plausível para uma descrição quântica de uma molécula diatômica? Explique detalhadamente.

Dados auxiliares: A massa do elétron no SI é aproximadamente $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ e $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$$L_z = i\hbar \partial / \partial \phi$$