

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
Exame de Qualificação em Mecânica Quântica, 09/07/2018.

Nome:

Matrícula:

1. Seja $\psi(x, t)$ a solução da equação de Schrödinger para uma partícula livre de massa m em uma dimensão. Seja, em $t = 0$, a função de onda

$$\psi(x, 0) = A e^{-\frac{x^2}{a^2}}, \quad (1)$$

onde A e a são constantes.

- a) No instante de tempo $t = 0$, encontre a amplitude de probabilidade no espaço dos momentos. Explique.
- b) Encontre $\psi(x, t)$. Explique.

2. Considere um sistema de spin $1/2$.

- a) Quais são os autovalores e autovetores normalizados do operador $\hat{T} = A \hat{s}_y + B \hat{s}_z$, onde \hat{s}_y e \hat{s}_z são os operadores momento angular (spin) enquanto que A e B são constantes reais. Explique.

3. Seja $\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$, onde o potencial é dado por:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & \text{em outro lugar.} \end{cases} \quad (2)$$

Suponha que haja uma perturbação no centro do poço quadrado infinito dada por:

$$\hat{H}' = \alpha \delta(x - a/2),$$

onde α é uma constante e $0 \leq x \leq a$.

- a) Calcule a correção em primeira ordem nas energias permitidas e obtenha a expressão para a energia do operador $\hat{H} = \hat{H}_0 + \lambda \hat{H}'$, onde $\lambda \ll 1$.

Informações:

- relações úteis:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x/a} dx = n! a^{n+1};$$

$$\int_0^\infty x^{2n} e^{-x^2/a^2} dx = \sqrt{\pi} \frac{(2n)!}{n!} \left(\frac{a}{2}\right)^{2n+1};$$

$$\int_0^\infty x^{2n+1} e^{-x^2/a^2} dx = \frac{n!}{2} a^{2n+2}.$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty F(k) e^{ikx} dk.$$