

Nome:

Data: 15/02/2023

Escolha uma questão da parte A e três questões da parte B. (Atenção: assinale sua opção nesta folha).

PARTE A:

- A1 Considere dois sistemas macroscópicos que podem apenas trocar energia entre si. Do ponto de vista da Termodinâmica qual é a condição de equilíbrio térmico entre os sistemas? Agora, discuta essa mesma interação térmica sob a perspectiva da Mecânica Estatística e obtenha a condição de equilíbrio equivalente. (Procure destacar os postulados e hipóteses empregados na sua discussão). Comparando as duas análises, encontre a relação entre a entropia e o número de estados acessíveis de um sistema macroscópico;
- A2 Considere um gás ideal quântico que se encontra a temperatura T , ocupa um certo volume V e tem fugacidade z . a) Explique como os micro-estados do gás podem ser especificados. b) Obtenha a função de partição grã-canônica desse sistema em termos dos parâmetros z , de T e de V para o gás de bósons e de férmions. c) A partir desse resultado, obtenha o número de ocupação médio dos estados individuais das partículas em um gás de bósons e de férmions.

PARTE B:

- B1 Uma balança de mola muito sensível é constituída de uma mola de quartzo suspensa a partir de um apoio fixo. Suponha que a constante de mola α é conhecida. Admita também que a balança está a uma temperatura T numa região onde a aceleração da gravidade é g .
- (a) Se um pequeno objeto de massa m é suspenso pela mola, qual é o valor médio da elongação $\langle x \rangle$ da mola, de acordo com o ensemble canônico?
- (b) Qual a magnitude das flutuações térmicas ($\sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle}$, onde $\Delta x = x - \langle x \rangle$) da posição do objeto em torno da sua posição de equilíbrio?
- (c) Considerando que se torna impraticável medir a massa de um objeto quando as flutuações são tão grandes que $\sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle} = \langle x \rangle$, determine a massa mínima m que poderia ser medida com essa balança.
- B2 Um gás ideal de moléculas diatômicas no regime clássico se encontra a uma temperatura T . Admita que o movimento vibracional da molécula pode ser desprezado e que, portanto, cada molécula diatômica pode ser tratada como um rotor rígido tridimensional. A Hamiltoniana da molécula pode ser escrita como a soma de um termo associado ao movimento de translação do centro de massa e outro relativo ao movimento de rotação, ou seja,

$$H_m = \frac{P^2}{2M} + \frac{L^2}{2I},$$

onde \vec{P} é o momento linear do centro de massa, M é a massa total da molécula, \vec{L} é o momento angular relativo e I é o momento de inércia do movimento de rotação.

Determine a função de partição canônica de uma única molécula. Determine a energia média de cada molécula do gás à temperatura T . Esse resultado está de acordo com o teorema da equipartição de energia? Calcule o calor específico a volume constante (c_v) e o calor específico a pressão constante (c_p). (Dica: em coordenadas esféricas, é possível escrever $L^2 = p_\theta^2 + \frac{p_\phi^2}{\sin^2\theta}$, onde θ e ϕ são as coordenadas esféricas da posição relativa entre os átomos da molécula, p_θ e p_ϕ são os respectivos momentos conjugados).

- B3 Descreva a distribuição de Fermi-Dirac degenerada, isto é, para temperatura nula. Explique por que os elétrons de condução de um metal de cobre podem ser descritos estatisticamente por meio dessa distribuição mesmo a temperatura ambiente. Obtenha, dentro dessa aproximação, a energia e a pressão do gás de férmions nesse estado. Qual seria a energia e a pressão do gás previstos pela estatística clássica? Explique a razão fundamental da diferença entre as previsões das duas estatísticas?
- B4 Considere um gás ideal de bósons num espaço com 3 dimensões. Suponha que a energia da partícula depende do módulo do seu momento linear de acordo com a relação $\varepsilon = cp^s$, onde s é um número positivo e c é uma constante de proporcionalidade com as unidades apropriadas. Determine a pressão como uma função da densidade de energia média do sistema, isto é, $P = P(U/V)$.

(Dica: lembre-se de como podemos calcular a pressão e a energia total a partir da função de partição grã-canônica).